

非饱和土边坡稳定分析方法探讨

李荣建, 于玉贞, 邓丽军, 李广信

(清华大学 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室(筹), 北京 100084)

摘要: 在对非饱和土边坡进行稳定分析时, 应该全面地考虑基质吸力对边坡稳定的贡献。首先, 分别探讨了基于 Fredlund 非饱和土强度表达式和 Bishop 非饱和土有效应力强度公式将强度折减有限元法推广到非饱和土边坡稳定分析中的具体方法; 然后, 开发了可以考虑基质吸力两种处理方法的强度折减有限元计算程序; 最后, 给出了一个非饱和土边坡稳定分析的对比算例, 说明了二者的不同特点。

关键词: 非饱和土; 基质吸力; 边坡; 稳定性; 强度折减有限元法

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Discussion on stability analysis of unsaturated soil slopes

LI Rong-jian, YU Yu-zhen, DENG Li-jun, LI Guang-xin

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The contribution of matric suction to the stability of unsaturated soil slope should be properly evaluated in order to meet the demand of practice. Firstly, Bishop's and Fredlund's strength equations for unsaturated soil are discussed, respectively. Then the strength equations expressed in three-dimensional effective stress space are applied to the strength reduction finite element method and the treatments of the matric suction are discussed. Finally, the FEM codes are implemented and a case of unsaturated soil slope stability is analyzed.

Key words: unsaturated soil; matric suction; slope; stability; strength reduction finite element method

1 引言

非饱和土边坡的失稳问题一直是岩土工程界的研究热点和难点之一。非饱和土边坡的基质吸力在空间上的非均匀分布会导致边坡土体强度的非均匀性, 因此, 把边坡稳定分析的一些传统方法推广到考虑基质吸力的非饱和土边坡稳定分析中各有其特点。

在国内外, 通常采用条分法分析非饱和土边坡稳定的二维问题, Fredlund^[1]论述了条分法分析非饱和土边坡的稳定性问题, 并指出了不收敛的3种情况, 近几年这方面的应用成果较多。条分法只是在假定滑动面上考虑基质吸力, 而不能考虑滑动面以外的非饱和土体的基质吸力, 这部分基质吸力的影响应该得到合理地考虑。

滑移线理论较严密, 但不适用于几何边界复杂

的情况以及非均质材料。如果结合空间潜在滑移面理论与有限元法, 将可能克服非饱和土边坡中土体的强度非均匀性这一困难, 张国祥等^[2, 3]的研究成果充分表明这一方向的前景。

极限分析法需假定各种静力场或机动场, 不适用于非均质材料, 把极限分析法推广到考虑基质吸力的非饱和土边坡稳定分析中的困难较大。

普通有限元法可考虑土的本构关系, 也可以考虑非均质材料, 还能给出坡体应力、应变场。把普通有限元法推广到考虑基质吸力的非饱和土边坡稳定分析中, 必须与条分法结合才能发挥二者的优势。

虽然影响非饱和土边坡稳定的因素众多, 但是研究仍以基质吸力为焦点, 黄润秋等^[4]论述了滑坡基质吸力观测研究的现状, 郭璇、赵成刚^[5]综述了非饱和土边坡的安全分析与进展状况, 都强调了基质吸力对非饱和土边坡稳定的影响是至关重要的。

对于一个已知的任意复杂的基质吸力分布，以及边坡含水量变化而导致的吸力重分布，如何使非饱和土边坡稳定分析结果更加合理则是另一个焦点问题。

强度折减有限元法的概念最早由 Zienkiewicz 等^[6]提出，Ugai^[7]和 Griffiths^[8]推动了该方法的发展及应用。但目前在国内外采用该法研究非饱和土边坡稳定的成果较少，如国外有 Cai^[9]利用 Bishop 的非饱和土单值有效应力强度公式探索过非饱和土边坡的稳定，但 Cai 对该法的过程和细节缺乏详细的论述。目前，采用 Fredlund 非饱和土强度理论，扩展相应的强度折减有限元法在非饱和土边坡稳定分析中的研究尚待完成，这种方法的实现应该和非饱和土的双应力变量范畴的强度研究相匹配，故而其理论意义与工程实际意义也非常重要。

将强度折减有限元法推广到非饱和土边坡稳定分析中去，必须要解决两个关键问题：（1）非饱和土在有效应力空间中的强度破坏面；（2）由于坡体中各点的基质吸力不同而导致边坡土体在强度方面的非均匀性。

2 强度折减有限元法的应用思路

在强度折减有限元法计算中，首先选择初始折减系数，土坡中每一个单元的强度按这一折减系数降低，然后进行有限元计算。若程序计算收敛，则土坡仍处于稳定状态，然后再增加折减系数，直到不收敛为止，此时前一步的折减系数即为边坡的安全系数，相应的计算滑动面即为潜在滑动面。对于每一折减步，以折减后的强度为参数的强度屈服准则进行有限元计算。折减强度为

$$c'_F = c'/F \quad (1)$$

$$\varphi'_F = \tan^{-1}(\tan \varphi'/F) \quad (2)$$

式中： F 为折减系数； c' 为有效黏聚力； φ' 为有效强度摩擦角。强度折减有限元法可以考虑土的本构关系，不需要假定滑动面形状。强度折减有限元法本身可以适应二维、三维情况下的非饱和边坡土体的强度非均匀性，可以由计算得出一个潜在滑动面、相应的安全系数，因而，强度折减有限元法是边坡稳定分析的有效工具之一。下面探讨该法在非饱和土边坡中的应用思路。

对于非饱和土的强度公式，有两种比较典型的

表达式。Bishop（1959 年）的非饱和土有效应力抗剪强度公式：

$$\tau_f = c' + [(\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \varphi' \quad (3)$$

式中： σ 为总应力； u_a 为孔隙气压力； u_w 为孔隙水压力； χ 为吸力参数； $\tan \varphi'$ 为有效摩擦角正切。

Fredlund（1978 年）的非饱和土抗剪强度表达式：

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi'' \quad (4)$$

式中 $\tan \varphi''$ 为吸力摩擦角正切。

实际上，基质吸力在空间上具有非均匀分布的特点，结合以上两式，可以看出，土体中各点的抗剪强度会由于基质吸力的不同而变化，从而给非饱和土边坡稳定分析带来困难：无论是均质土，还是非均质土，都会由于坡体中各点的基质吸力不同而导致土体的强度参数或者有效应力的非均匀性。

2.1 基于 Bishop 强度理论的强度折减有限元法

Bishop 的非饱和土单值有效抗剪强度式（3）认为，有效应力空间中，非饱和土强度参数的（ c' ， φ' ）不变，这就解决了非饱和土在有效应力空间中的强度破坏面。但是，由于基质吸力是有效应力，它的存在，导致有效应力增大，从而使非饱和土的强度增大，因此，利用各个单元基质吸力与 χ 的乘积，分别叠加到各单元的原有效应力状态中，形成一个考虑基质吸力的新有效应力状态，如图 1 和图 2 所示。有效应力空间中，A 点代表原来不计入吸力的有效应力状态， $\chi(u_a - u_w)$ 为基质吸力对有效应力的贡献，B 点为综合考虑二者的新有效应力状态，从而使非饱和土强度的非均匀性得到解决。

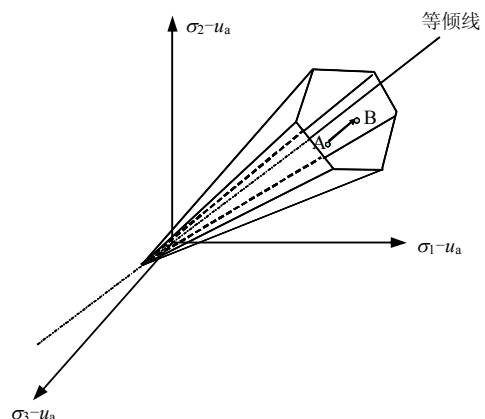


图 1 三维有效应力空间中 Mohr-Coulomb 强度面
Fig.1 Strength surface in 3-D effective stress space

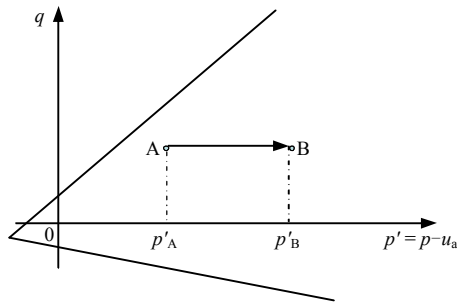


图2 $p'-q$ 中的两个有效应力叠加
Fig.2 Strength surface in $p'-q$ space

考虑到由于坡体中各点的基质吸力不同而导致边坡土体的强度方面的非均匀性, 因此, 对非饱和土边坡, 在应用强度折减有限元法编程时, 需对如下两种不同的情况分别进行处理:

(1) 对没有基质吸力的土体单元, 考虑原来有效应力, 以 (c', φ') 为参数来表示莫尔-库仑强度准则, 与常规的强度折减有限元法计算相同。

(2) 对具有不同基质吸力的土体单元, 需考虑将该单元的基质吸力与 χ 的乘积, 叠加到原有效应力状态中, 形成新的有效应力状态, 然后仍以 (c', φ') 为参数来表示莫尔-库仑强度准则, 进行强度折减有限元法计算。

2.2 基于 Fredlund 强度理论的强度折减有限元法

Fredlund 非饱和土强度的表达式, 即引伸的莫尔-库仑强度破坏面, 如式 4 所示, 其表达如图 3 所示。将基质吸力产生的强度纳入黏聚力中:

$$c'' = c' + (u_a - u_w) \tan \varphi'' = c' + s \tan \varphi'' \quad (5)$$

$$\frac{I_1}{3} \sin \varphi' - \sqrt{J_2} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi' + \cos \theta \right] + c' \cos \varphi' = 0 \quad (6)$$

$$\frac{I_1}{3} \sin \varphi' - \sqrt{J_2} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi' + \cos \theta \right] + c'' \cos \varphi' = 0 \quad (7)$$

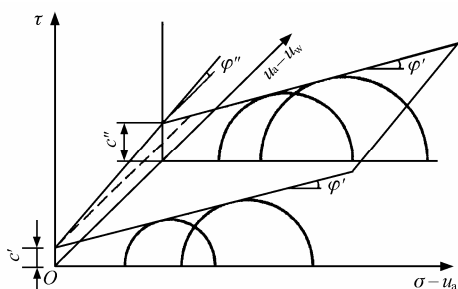


图3 引伸的 Mohr-Coulomb 强度面
Fig.3 Extended Mohr-Coulomb strength envelope

这一个表达式可以直接用于条分法计算二维非饱和土边坡稳定分析, 但还不能直接应用于强度折减有限元法分析。本文认为可以把图 3 中表达的非饱和土强度包面在形式上转化为在三维有效应力空间中的一系列三维强度破坏面, 这实际是通过把吸力纳入黏聚力中, 建立非饱和土的弹性-塑性模型, 如图 4 所示, 里边的莫尔-库仑准则是没有基质吸力时的莫尔-库仑强度破坏面, 对应于公式 (6); 外边的莫尔-库仑准则是基质吸力为 s_i 时的莫尔-库仑强度破坏面, 对应于公式 (7)。只要基质吸力 s_i 不同, 就具有不同的强度破坏面, 基质吸力 s_i 为 0 时, 回归到没有基质吸力时的土体的强度破坏面, 基质吸力 s_i 的值越大, 相应的非饱和土体的强度破坏面越靠外。

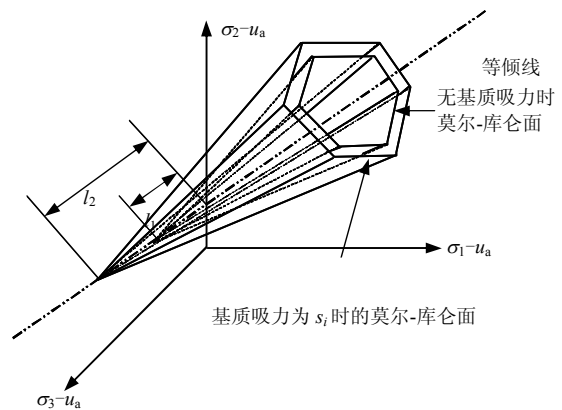


图4 三维有效应力空间中 Mohr-Coulomb 屈服面
Fig.4 Strength surface in 3-D effective stress space

非饱和土坡基质吸力实际上在空间上是非均匀分布的, 本文采用给土坡中各单元赋一个基质吸力值, 来模拟基质吸力分布。考虑到由于坡体中各点的基质吸力不同而导致边坡土体的强度方面的非均匀性, 对非饱和土边坡, 在应用强度折减有限元法编程时, 需对如下两种不同的情况分别进行处理:

(1) 对没有基质吸力的土体单元, 以 (c', φ') 为参数来表示莫尔-库仑强度准则, 与常规的强度折减有限元法相同。

(2) 对具有不同基质吸力的土体单元, 需先计算考虑基质吸力的强度参数 c'' , 然后以 (c'', φ') 为参数来表示莫尔-库仑强度准则, 从而解决了非饱和土中由于吸力不同而导致的土体强度方面的非均匀性问题。

2.3 两种基质吸力处理方法的比较

如上讨论, 在非饱和土坡稳定分析时有效应力空间中的强度面和边坡土体在强度的非均匀性这两

个关键问题方面, 各自的解决思路是不同的, 因此, 两种强度折减有限元法的实现思路有明显差异, 这种差异在计算结果中亦有所体现。

非饱和土的两种体系下的强度理论的研究都在发展完善之中, 由于单值有效应力中含有土性参数 χ 问题, 使越来越多的研究倾向于使用更加合理的双应力变量的强度理论。针对这一研究现状, 两种非饱和土强度折减有限元法的发展与应用也将是不同的。采用 Fredlund 的非饱和土强度理论将强度折减有限元法推广到非饱和土边坡的稳定分析是有实际意义的。

根据以上对比讨论的思路, 本文开发了可应用于两种强度体系的非饱和土边坡强度折减有限元程序, 并对一个非饱和边坡稳定进行了对比分析。

3 算例分析

在图 5 中所示的粉土边坡, 高 20 m, 粉土的天然重度 19.08 kN/m^3 , 饱和重度 19.64 kN/m^3 , 黏聚力 32 kPa , 内摩擦角 17° , 坡度为 45° , 在地表有 0 水位线, 根据土坡的经验含水量分布, 给出了土坡的一个基质吸力分布如图 6, 吸力摩擦角取为 12° , χ 取 0.695 4。

图 5 所示的二维有限元网格中, 单元为数 526, 结点数 582, 边界条件为左右两侧水平约束, 下部固定, 上部为自由边界。

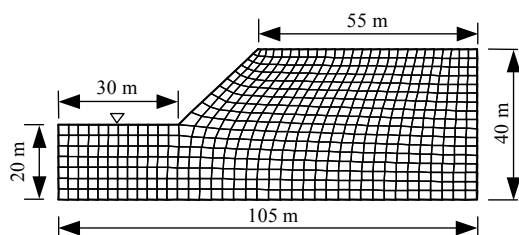


图 5 土坡二维网格

Fig.5 2D finite element mesh

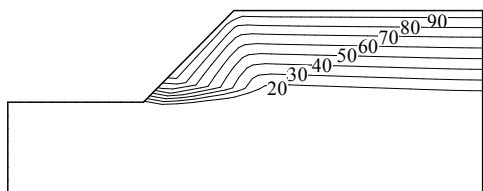


图 6 工况 1 基质吸力分布等值线 (单位: kPa)

Fig.6 Contours of suction in case 1 (unit: kPa)

本文分 3 种情况进行边坡的稳定性分析:

计算工况 1-1: 基质吸力存在时, 基于 Bishop 单值有效应力的强度折减有限元法。

计算工况 1-2: 基质吸力存在时, 基于 Fredlund

双应力变量的强度折减有限元法。

计算工况 2: 基质吸力丧失时, 常规强度折减有限元法。

各种工况的安全系数如表 1 所示, 可以看出, 基质吸力的丧失对非饱和土边坡稳定的影响较大。

图 7 为工况 1-1 的稳定分析的位移增量等值线, 图 8 为工况 1-2 的稳定分析的位移增量等值线, 等值线梯度较大处为潜在滑动面; 图 9 为计算工况 2 的稳定分析的位移增量等值线。对比计算工况 1-1、1-2 和计算工况 2 的结果, 可以明显看出, 有基质吸力的计算工况安全系数较大, 潜在滑动面位置也较深, 这是由于基质吸力使上部坡体强度增大的缘故, 而工况 2 由于基质吸力丧失使安全系数减小, 潜在滑动面位置有上移趋势。

表 1 各计算工况结果汇总

Table 1 Global safety factors

计算工况	安全系数	迭代次数
工况 1-1: 吸力	1.305	500
工况 1-2: 吸力	1.300	500
工况 2: 吸力丧失	1.170	500

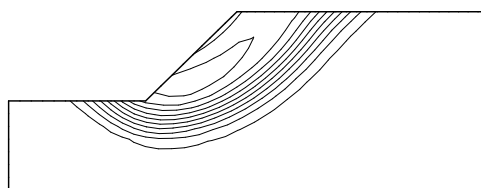


图 7 计算工况 1-1 的位移增量等值线

Fig.7 Contours of displacement increment in case 1-1

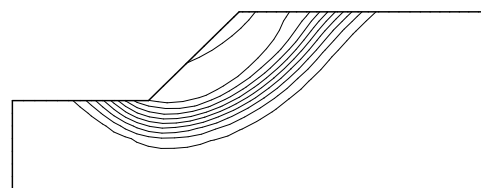


图 8 计算工况 1-2 的位移增量等值线

Fig.8 Contours of displacement increment in case 1-2

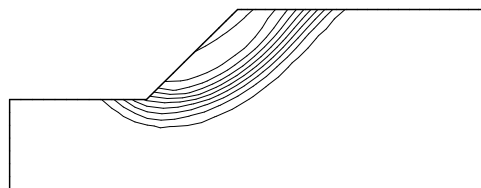


图 9 计算工况 2 的位移增量等值线

Fig.9 Contours of displacement increments in case 2

对比两种非饱和土强度折减有限元方法的数值计算结果, 两种非饱和计算程序的计算条件相同, 包括 $\chi = \tan \varphi'' / \tan \varphi' = 0.695 4$ 的条件, 计算工况

1-1 的安全系数与计算工况 1-2 的基本一致。但是, 对应的位移增量略有差异, 这是由于程序实现思路不同造成的, 在前者中对土坡有效应力场必须有一个合适的选择; 若选择自重作用下的弹性应力场, 由于有拉应力存在, 其结果是偏小的; 选择不同的本构关系, 自重应力场的塑性应力修正不同, 又会得出不同的应力场; 所以, 土坡有效应力场的选择不同, 会导致不同的结果, 本文采用 Mohr-Coulomb 屈服面经过塑性应力修正后的有效应力场。

因此, 该法实现的强度折减有限元法的位移增量受基质吸力分布与土坡自重应力场的计算影响较大, 将基质吸力对有效应力的贡献, 叠加到一个自重作用下并且经过塑性修正后的有效应力场, 才会得出一个合理的安全系数。因为 Bishop 单值有效应力强度公式把这两个有效应力场分开计算, 然后再叠加, 一个内在的物理过程被拆成两个有效应力数值计算过程, 这是该法的缺点; 比较而言, 基于 Fredlund 双应力变量的强度折减有限元法则是把一个内在的物理过程按一个有效应力场数值计算过程来处理, 故而计算较为稳定。

值得一提的是, 因为 $\chi = \tan \varphi'' / \tan \varphi'$ 的关系是有条件的, 如文献^[1]所述, 这个关系只适用于初始状态等同的土, 因此, 超出此条件, 两种强度折减有限元法计算结果并不能时时保持一致。

4 结 论

本文结合 Fredlund 非饱和土双应力变量的强度理论和强度折减有限元法, 把强度折减有限元法推广到了考虑基质吸力的非饱和土边坡的稳定分析中; 并与基于 Bishop 非饱和土强度公式的强度折减有限元法做了平行对比分析; 开发了可应用于两种非饱和土强度理论的非饱和土边坡稳定分析的强度折减有限元程序, 分析了一个非饱和土边坡的稳定性。可得出如下的结论:

(1) 可以考虑复杂条件下的边坡以及基质吸力在空间上的复杂的非均匀分布, 强度折减有限元法可以给出一个合理的安全系数, 以及相应的潜在滑动面。与传统方法相比, 采用强度折减有限元法分析非饱和土坡的稳定性是具有优越性的。

(2) 基于 Bishop 单值有效应力强度和基于 Fredlund 双应力变量强度, 把强度折减有限元法应用到非饱和土边坡稳定分析在理论上和数值实现上都是可行的; 当计算条件相同时, 可以得出一致的分析结果, 但由于两种强度理论研究的发展并不是一致的, 故而两种非饱和土强度折减有限元法的发

展与应用也将是不同的。

(3) 基于 Bishop 强度的强度折减有限元法需要选择合适的边坡有效应力场, 才会得出一个合理的安全系数, 而基于 Fredlund 双应力变量的强度折减有限元法则没有这个缺点, 计算较为稳定。

(4) 基质吸力丧失使非饱和土边坡的安全系数减小, 同时, 潜在滑动面位置有上移趋势。

总之, 强度折减有限元法对于给定的任意复杂的非均匀分布的基质吸力场, 都可以比较容易地完成非饱和土边坡稳定分析, 若与非饱和-饱和渗流数值计算相结合, 可以很方便地计算任一瞬态下的非饱和土边坡的安全系数, 以及潜在滑动面的位置, 就更能体现出强度折减有限元法的优越性。

参 考 文 献

- [1] Fredlund D G, Rahardjo H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: Wiley, 1993.
- [2] 张国祥, 刘宝琛. 边坡滑动面三维空间有限元分析[J]. 中国公路学报, 2003, 16(4): 25—29.
ZHANG Guo-xiang, LIU Bao-chen. Analysis of slope slip surface by three-dimension finite element method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(4): 25—29.
- [3] 张国祥, 刘宝琛. 潜在滑移面理论及其在边坡分析中的应用[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2003.
- [4] 黄润秋, 戚国庆. 滑坡基质吸力观测研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 216—219.
HUANG Run-qiu, QI Guo-qing. Observation of suction in a landslide[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(2): 216—219.
- [5] 郭璇, 赵成刚, 于威威. 非饱和土边坡稳定的安全分析及进展[J]. 中国安全科学学报, 2005, 15(1): 14—18.
GUO Xuan, ZHAO Cheng-gang, YU Wei-wei. Stability analysis of unsaturated soil slope and its progress[J]. China Safety Science Journal, 2005, 15(1): 14—18.
- [6] Zienkiewicz O C, Humpheson C, Lewis R W. Associated and nonassociated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. Geotechnique, 1975, 25(4): 691—689.
- [7] Ugai K. A method of calculation of total factor of safety of slopes by elasto-plastic FEM[J]. Soils and Foundations, 1989, 29(2): 190—195.
- [8] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. Geotechnique, 1999, 49(3): 387—403.
- [9] Cai F, Ugai K, Wakai A, et al. Effects of horizontal drains on slope stability under rainfall by three-dimensional finite element analysis[J]. Computers and Geotechnics, 1998, (23): 255—275.